

Un modelo numérico de transporte de contaminantes en la atmósfera

G. Montero¹ R. Montenegro¹ J.M. Escobar¹
E. Rodríguez¹ J.M. González-Yuste¹

Resumen

Se presenta un modelo tridimensional de transporte de contaminantes en la atmósfera de aplicación en el entorno de centrales térmicas. El modelo parte de un campo de velocidades del fluido conocido, que es previamente aproximado en función de medidas experimentales mediante un modelo de masa consistente en cada paso de tiempo del episodio estudiado. La ecuación que gobierna el fenómeno del transporte de contaminantes es del tipo de convección-difusión-reacción, definida para cada especie. En este trabajo, se aborda, en concreto, el caso del NO_x y HNO_3 , y del SO_2 y H_2SO_4 . Se considera la deposición seca de contaminantes formulada como una condición de contorno del tipo absorbente. En cambio, la deposición húmeda, debida a la lluvia, rocío, etc., se incorpora al término fuente junto con las reacciones químicas. Se propone un término de química lineal que permite desacoplar las ecuaciones de convección-difusión-reacción para cada especie contaminante. Esta simplificación proviene de desprestigiar ciertas velocidades de reacciones intermedias en el modelo general de cinética no lineal. La discretización de la fuente emisora de contaminantes permite definir la emisión como una condición de contorno de Dirichlet. En este modelo, la generación de mallas de tetraedros con una calidad adecuada para discretizar dominios definidos sobre orografía irregular, incluyendo la fuente emisora, es esencial. Por otro lado, la utilización del método de elementos finitos con esquemas de tipo Taylor-Galerkin permiten una discretización temporal de alto orden, conservando buenas propiedades de estabilidad y consistencia, en este tipo de problemas evolutivos.

Generación de la malla

Es bien conocido que para construir una triangulación de Delaunay es necesario definir una nube de puntos en el dominio y su frontera. Estos nodos serán precisamente los vértices de los tetraedros que conforman la malla. La generación de puntos en nuestro dominio se realizará sobre diferentes capas, reales o ficticias, definidas desde el terreno hasta la frontera superior del dominio, donde se propone una malla rectangular con una distribución uniforme de puntos. Esta malla bidimensional puede ser obtenida a partir de la realización de un cierto número de refinamientos globales sobre una malla simple definida en la entrada de datos, o por ejemplo, puede también construirse realizando una triangulación de Delaunay sobre la distribución uniforme de puntos

establecida. Consideraremos la malla obtenida como el nivel más bajo de la secuencia que define la distribución de los puntos en el resto de las capas. Sobre esta malla regular aplicamos a continuación el algoritmo de refinamiento y desrefinamiento [9], para definir la distribución de los nodos de la capa correspondiente a la superficie del terreno. Para ello, en primer lugar se construye una función que interpola las cotas obtenidas a partir de una digitalización topográfica de la zona rectangular de estudio y la función que define la forma geométrica de la fuente emisora. A continuación se realiza un refinamiento local de la malla atendiendo a la función de la fuente. Luego se produce un refinamiento global de aquellos elementos localizados fuera de la zona de la fuente, de forma ordenada y selectiva por niveles de refinamiento (según el tamaño de los elementos). El máximo grado de discretización viene definido por el nivel de detalle de la digitalización y de la fuente emisora. Posteriormente, se realizará un desrefinamiento sobre estos últimos niveles de malla utilizando como parámetro de desrefinamiento el máximo error de cotas permitido entre la superficie real del terreno y la superficie definida mediante la interpolación a trozos obtenida con la malla resultante (ver [5]).

Una vez que se ha definido la distribución de nodos sobre el terreno y sobre el plano superior del dominio, comenzamos a distribuir los nodos situados entre ambas capas. Esta distribución se puede realizar mediante diferentes estrategias analizadas en [6], en las que intervienen una función de espaciado vertical y los niveles de malla en que cada nodo es propio. La característica fundamental de esta función es que el grado de discretización obtenido sobre la vertical disminuye con la altura, o, a lo sumo, se mantiene constante. La distribución de puntos en el dominio entrará como dato en el mallador tridimensional basado en la triangulación de Delaunay. Para evitar posibles problemas de conformidad con la superficie del terreno, se propone construir la malla de tetraedros con la ayuda de un paralelepípedo auxiliar. Sobre su cara inferior se sitúan todos los nodos distribuidos sobre el terreno, proyectados sobre un plano horizontal situado a la altura definida por la cota inferior de la región de estudio, y sobre su cara superior se sitúan los puntos distribuidos en el plano superior del dominio a su altura real. Esto conlleva a realizar una transformación, atendiendo a la función de espaciado sobre cada vertical, para situar el resto de puntos en el paralelepípedo auxiliar. Estos detalles nos asegurarán que la distancia máxima entre dos puntos consecutivos sobre la misma vertical del dominio real será siempre igual o inferior que la correspondiente distancia establecida en el paralelepípedo auxiliar. Una vez que se ha construido la triangulación de Delaunay de la nube de puntos en el paralelepípedo, procedemos a situar los puntos en sus posiciones reales manteniendo la topología de la malla. Hay que tener en cuenta que este proceso de compresión de la malla puede dar lugar a cruces de tetraedros que habrá que deshacer posteriormente. Asimismo, será aconsejable aplicar un suavizado para mejorar la calidad de los elementos de la malla resultante. Una resolución simultánea de ambos problemas se propone en [3].

Campo de velocidades del fluido

Buscamos un campo de velocidades de un fluido incompresible que se ajuste a otro campo inicial construido a partir de medidas observadas y de consideraciones físicas. La ecuación de continuidad de masa sobre un dominio tridimensional Ω y la condición

de impenetrabilidad sobre Γ_b son, respectivamente

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \text{ en } \Omega \quad (1)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \text{ en } \Gamma_b \quad (2)$$

Con estas condiciones, los modelos de masa consistente plantean un problema de mínimos cuadrados con las velocidades a ajustar $\vec{u}(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$ y las observadas $\vec{v}_0(u_0, v_0, w_0)$,

$$E(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [T_h((\tilde{u} - u_0)^2 + (\tilde{v} - v_0)^2) + T_v(\tilde{w} - w_0)^2] d\Omega \quad (3)$$

siendo T_h y T_v la transmisividad horizontal y vertical, respectivamente. La técnica de los multiplicadores de Lagrange conduce a las ecuaciones de Euler-Lagrange,

$$u = u_0 + T_h \frac{\partial \phi}{\partial x}, v = v_0 + T_h \frac{\partial \phi}{\partial y}, w = w_0 + T_v \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (4)$$

siendo ϕ el multiplicador de Lagrange. Si T_h y T_v son constantes en Ω , sustituyendo (4) en la ecuación (1) se llega a una ecuación elíptica, con condiciones Dirichlet en las fronteras abiertas y Neumann en el terreno,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{T_v}{T_h} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{1}{T_h} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial z} \right) \quad (5)$$

$$\phi = 0 \text{ en } \Gamma_a \quad (6)$$

$$\vec{n} \cdot T \vec{\nabla} \phi = -\vec{n} \cdot \vec{v}_0 \text{ en } \Gamma_b \quad (7)$$

Campo inicial de velocidades

Para la construcción del campo inicial usamos valores de velocidad y dirección de viento obtenidos en las estaciones de medida. El campo inicial \vec{v}_0 se construye en dos etapas. Primero se calcula mediante *interpolación horizontal* el valor de \vec{v}_0 en los puntos del dominio situados a la misma altura z_s (sobre el terreno) que las estaciones de medida. Con esta información se realiza una *extrapolación vertical* para definir el campo de velocidades en todo el dominio. Finalmente, la componente vertical del campo es corregida para simular el movimiento del fluido a la salida de la fuente.

Interpolación Horizontal

La técnica de interpolación utilizada tiene en cuenta la distancia y la diferencia de altitud entre el punto y las estaciones de medida [7],

$$\vec{v}_0(z_e) = \varepsilon \frac{\sum_{n=1}^N \frac{\vec{v}_n}{d_n^2}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{d_n^2}} + (1 - \varepsilon) \frac{\sum_{n=1}^N \frac{\vec{v}_n}{|\Delta h_n|}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{|\Delta h_n|}} \quad (8)$$

El valor de \vec{v}_n corresponde a la velocidad observada en la estación n , N es el número de estaciones utilizadas en la interpolación, d_n es la distancia *horizontal* desde la estación n al punto donde estamos calculando la velocidad del viento, $|\Delta h_n|$ es la diferencia de altura entre la estación n y el punto en estudio, y $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

Extrapolación Vertical

Se considera un perfil logarítmico-lineal [8] en la capa límite planetaria, teniendo en cuenta la interpolación horizontal, la rugosidad y la estabilidad del aire según la clasificación de Pasquill. El perfil logarítmico de velocidades viene dado por,

$$\vec{v}_0(z) = \frac{\vec{v}^*}{k} \left(\log \frac{z}{z_0} - \Phi_m \right) \quad z_0 < z \leq z_{sl} \quad (9)$$

donde \vec{v}_0 es la velocidad del viento, z es la altura por encima del terreno, \vec{v}^* es la velocidad de fricción, $k \simeq 0,4$ es la constante de von Karman, z_0 es la longitud de rugosidad y Φ_m es una función que depende de la estabilidad atmosférica [8]. Desde la altura de la capa superficial z_{sl} hasta la altura de la capa límite planetaria z_{pbl} se realiza una interpolación lineal en $\rho(z)$ con el viento geostrófico \vec{v}_g

$$\vec{v}_0(z) = \rho(z) \vec{v}_0(z_{sl}) + [1 - \rho(z)] \vec{v}_g \quad z_{sl} < z \leq z_{pbl} \quad (10)$$

$$\rho(z) = 1 - \left(\frac{z - z_{sl}}{z_{pbl} - z_{sl}} \right)^2 \left(3 - 2 \frac{z - z_{sl}}{z_{pbl} - z_{sl}} \right) \quad (11)$$

Finalmente, este modelo considera

$$\vec{v}_0(z) = \vec{v}_g \quad z > z_{pbl} \quad (12)$$

$$\vec{v}_0(z) = 0 \quad z \leq z_0 \quad (13)$$

Corrección de la componente vertical en la trayectoria de la pluma

Los actuales modelos de pluma gaussiana permiten aproximar los valores de la altura efectiva H de la pluma y la distancia horizontal d_f donde se alcanza H , en función de las características de la emisión, del viento y de la estabilidad atmosférica [1]. Con estos valores se ajusta la componente vertical de la velocidad del fluido en la trayectoria de la pluma mediante un movimiento rectilíneo linealmente desacelerado. Para ello se aproximará el movimiento horizontal desde la fuente hasta d_f como rectilíneo uniformemente acelerado. Así, el tiempo t_f transcurrido hasta recorrer d_f es,

$$t_f = \frac{|\vec{v}_0(x_e, y_e, z_e)| + |\vec{v}_0(x_f, y_f, H)|}{2d_f} \quad (14)$$

con (x_e, y_e, z_e) , las coordenadas de la fuente y $d_f = \sqrt{(x_f - x_e)^2 + (y_f - y_e)^2}$. La velocidad vertical del fluido w_0 y la altura z en la trayectoria según el tiempo t son,

$$w_0(t) = w_e + \frac{-4w_e t_f + 6(H - z_e)}{t_f^2} t + \frac{3w_e t_f - 6(H - z_e)}{t_f^3} t^2 \quad (15)$$

$$z(t) = z_e + w_e t + \frac{-2w_e t_f + 3(H - z_e)}{t_f^2} t^2 + \frac{w_e t_f - 2(H - z_e)}{t_f^3} t^3 \quad (16)$$

Modelo de transporte de contaminantes en la atmósfera

En un modelo euleriano, la ecuación de convección-difusión-reacción se puede escribir, para una especie contaminante i , de la forma

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_i - \vec{\nabla} \cdot (K_i \vec{\nabla} c_i) = f_i \quad i = 1, \dots, p, \quad \text{en } \Omega \quad (17)$$

donde p es el número de especies contaminantes consideradas, $c_i = c_i(x, y, z, t)$, la concentración media del contaminante i , \vec{v} , el campo de velocidades (ajustado) del fluido, $K_i = [K_{i1}(x, y, z), K_{i2}(x, y, z), K_{i3}(x, y, z)]$, el tensor diagonal de difusividad, y $f_i = f_i(c_1, c_2, \dots, c_p)$, las fuentes externas.

Condiciones iniciales y de contorno

El modelo de convección-difusión-reacción parte una distribución inicial de contaminantes c_i^0 con $i = 1, \dots, p$, que puede construirse a partir de medidas obtenidas de una red de inmisión en la zona y se supone conocida en todo el dominio Ω ,

$$c_i(x, y, z, 0) = c_i^0(x, y, z) \quad i = 1, \dots, p, \quad \text{en } \Omega \quad (18)$$

Se establecen además condiciones de contorno que aseguren la unicidad de la solución. Distiguiremos dos situaciones generales, la de velocidad del fluido entrante en el dominio y la de velocidad saliente del dominio,

$$\vec{n} \cdot [\vec{v}c_i - K_i \vec{\nabla} c_i] = \vec{n} \cdot \vec{v}c_i^{\Gamma_{a_0}} \quad i = 1, \dots, p, \quad \text{en } \Gamma_{a_0} (\vec{n} \cdot \vec{v} \leq 0) \quad (19)$$

$$-\vec{n} \cdot K_i \vec{\nabla} c_i = 0 \quad i = 1, \dots, p, \quad \text{en } \Gamma_{a_1} (\vec{n} \cdot \vec{v} > 0) \quad (20)$$

siendo \vec{n} el vector normal unitario saliente a la frontera correspondiente y $c_i^{\Gamma_{a_0}}$ la concentración de la especie i en Γ_{a_0} . Si consideramos la ecuación (19) para el caso de la frontera Γ_{b_0} correspondiente a fuente de emisión y despreciamos el término difusivo frente al convectivo, obtenemos una condición de tipo Dirichlet,

$$c_i = c_i^e(x, y, z, t) \quad i = 1, \dots, p, \quad \text{en } \Gamma_{b_0} \quad (21)$$

donde c_i^e es la concentración de la especie i a la salida de la fuente. La deposición seca engloba dos fenómenos, el transporte de los contaminantes a la superficie del terreno y la interacción física y química entre la superficie y el contaminante. Es muy difícil medir el flujo de la deposición de los contaminantes desde la atmósfera. Como aproximación, los modelos de calidad del aire utilizan una cantidad simple, llamada velocidad de deposición seca, v_{di} . Los valores de la velocidad de deposición empleados en el modelo se presentan en Tabla (1). Entonces, sobre el resto de la frontera correspondiente al terreno (Γ_{b_1}), consideramos el fenómeno de la deposición seca como,

$$v_{di}c_i - \vec{n} \cdot K_i \vec{\nabla} c_i = 0 \quad i = 1, \dots, p, \quad \text{en } \Gamma_{b_1} \quad (22)$$

Tabla 1: *Velocidad de deposición seca*

Contaminante	V_{di} en m/s
SO_2	0.0044
$SO_4^{=}$	0.0026
NO_x	0.0013
NO_3^-	0.0054

Estudio del término fuente o sumidero

El término fuente para una especie i considera dos aportaciones lineales,

$$f_i = R_i + P_i = \sum_{j=1}^p \alpha_{ij} c_j \quad (23)$$

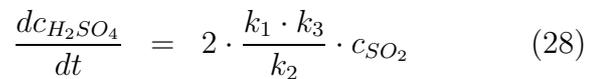
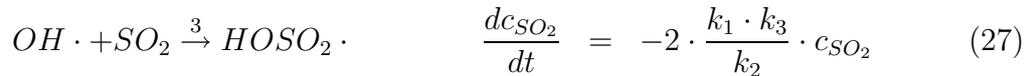
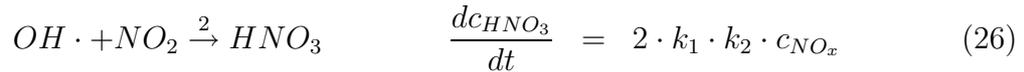
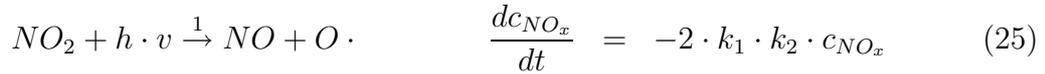
donde $R_i(x, y, z, t)$ define la formación o desaparición de la especie i por medio de reacciones químicas y $P_i(x, y, z, t)$ la eliminación de la especie i debido a las precipitaciones.

Reacciones Químicas

Como especies primarias directamente emitidas se considera el SO_2 y el NO_x (NO y NO_2), y el H_2SO_4 y el HNO_3 como especies secundarias, respectivamente. Al despreciar ciertas velocidades de reacción se eliminan los términos no lineales [4] y resulta,

$$R_{ij} = \bar{\alpha}_{ij} \cdot c_j \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

siendo los coeficientes $\bar{\alpha}_{ij}$ las constantes cinéticas de las reacciones en las que interviene la especie i para formación o desaparición de la especie. Las velocidades de reacción de las diferentes especies involucradas pueden expresarse en la forma siguiente,



Deposición Húmeda

La deposición húmeda se trata como el producto de un coeficiente que parametriza la transferencia aire-agua por el de la concentración del contaminante en el aire

$$W_g = v_{wi} I c(x, y, z_t, t) \quad (29)$$

siendo I la intensidad de precipitación y v_{wi} una proporción de lavado definida como

$$v_{wi} = \frac{C(aq)}{c(x, y, z_t, t)} \quad (30)$$

donde $C(aq)$ es la concentración de material precipitado en la capa superficial. Sin embargo, como la precipitación sólo se mide a nivel del terreno, normalmente se asume un rango de precipitación constante en la vertical hasta z_{sl} ,

$$P_i = -\frac{v_{wi}}{z_{sl}} I c_i \quad (31)$$

El término $\frac{v_{wi}}{z_{sl}}$ se llama coeficiente de lavado modificado w_h , el cual, si I se expresa en (m/s), toma los valores típicos de la Tabla 2. Así, los coeficientes de (22) resultan,

$$\alpha_{ij} = \bar{\alpha}_{ij} \quad \text{si } j \neq i \quad \text{y} \quad \alpha_{ii} = \bar{\alpha}_{ii} - w_h I \quad (32)$$

Tabla 2: *Coficiente de lavado en la deposición húmeda*

Contaminante	Coficiente de lavado w_h
SO_2	$6,00 \times 10^{-2}$
SO_4^{2-}	$3,00 \times 10^{-2}$
NO_x	$0,40 \times 10^{-2}$
NO_3^-	$0,39 \times 10^{-2}$

Esquema de alto orden en tiempo

De la ecuación (17) obtenemos la primera y segunda derivada temporal de c_i ,

$$c_{i_t}^n = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_i^n + K_i \nabla^2 c_i^n + f_i \quad (33)$$

$$c_{i_{tt}}^n = -\vec{v}_t \cdot \vec{\nabla} c_i^n - \vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_{i_t}^n + K_i \nabla^2 c_{i_t}^n + f_{i_t} \quad (34)$$

El desarrollo de Taylor conduce a la ecuación (ver [2]),

$$\frac{c_i^{n+1} - c_i^n}{\Delta t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \left[c_i^n + \frac{\Delta t}{2} c_{i_t}^n + \frac{\Delta t^2}{6} c_{i_{tt}}^n + O(\Delta t^3) \right] + K_i \nabla^2 \left[c_i^n + \frac{\Delta t}{2} c_{i_t}^n + O(\Delta t^2) \right] + f_i \quad (35)$$

Ahora, sustituyendo la ecuación (33) y su derivada (34) en (35)

$$\begin{aligned} \frac{c_i^{n+1} - c_i^n}{\Delta t} = & -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \left[c_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left(-\vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_i^n + K_i \nabla^2 c_i^n + f_i \right) + \frac{\Delta t^2}{6} \left(-\vec{v}_t \cdot \vec{\nabla} c_i^n \right. \right. \\ & \left. \left. - \vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_{i_t}^n + K_i \nabla^2 c_{i_t}^n + f_{i_t} \right) + O(\Delta t^3) \right] + K_i \nabla^2 \left[c_i^n + \frac{\Delta t}{2} c_{i_t}^n + O(\Delta t^2) \right] + f_i \quad (36) \end{aligned}$$

Por último, ordenando adecuadamente, aplicando las propiedades de la derivada de un producto y eliminando derivadas de orden superior, la ecuación para cada familia de especies consideradas en este modelo, resulta

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{\Delta t^2}{6} \left((\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \cdot \vec{\nabla} + \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla} \right) - \Delta t K_i \nabla^2 \right] \left(\frac{c_i^{n+1} - c_i^n}{\Delta t} \right) \\ & - \left[\frac{\Delta t}{2} \alpha_{i1} - \frac{5}{12} \Delta t^2 \alpha_{i1} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right] \left(\frac{c_1^{n+1} - c_1^n}{\Delta t} \right) - \left[\frac{\Delta t}{2} \alpha_{i2} - \frac{5}{12} \Delta t^2 \alpha_{i2} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right] \left(\frac{c_2^{n+1} - c_2^n}{\Delta t} \right) \\ & = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left[(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \cdot \vec{\nabla} c_i^n + \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla} c_i^n - (K_i \nabla^2 \vec{v}) \cdot \vec{\nabla} c_i^n \right] + K_i \nabla^2 c_i^n \\ & + \frac{\Delta t^2}{6} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \left(\vec{v}_t \cdot \vec{\nabla} c_i^n \right) - \frac{\Delta t}{2} \alpha_{i1} \left[K_i \nabla^2 c_1^n + \alpha_{11} c_1^n + \alpha_{12} c_2^n \right] + \alpha_{i1} c_1^n + \alpha_{i2} c_2^n \\ & - \frac{\Delta t}{2} \alpha_{i2} \left[K_i \nabla^2 c_2^n + \alpha_{21} c_1^n + \alpha_{22} c_2^n \right] - \frac{\Delta t}{2} K_i \nabla^2 f_i + O(\Delta t^3, \|K_i\| \Delta t^2, \|K_i\|^2 \Delta t) \quad (37) \end{aligned}$$

Conclusiones

La construcción eficiente de la malla discretizando la fuente emisora ha permitido formular condiciones de contorno Dirichlet en parte de la frontera con un interesante efecto en la resolución numérica del problema. La corrección del campo de velocidades

observado permite seguir trabajando con un campo ajustado de divergencia nula que tiene en cuenta la evolución de la pluma. El esquema de discretización en tiempo propuesto posee interesantes cualidades de estabilidad y consistencia.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y fondos FEDER a través del proyecto REN2001-0925-C03-02/CLI.

Referencias

- [1] R.W. Boubel, D.L. Fox, D.B. Turner, A.C. Stern, *Fundamentals of air pollution*, Academic Press (San Diego), 1994.
- [2] j. Donea, A Taylor-Galerkin method for convective transport problems, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, **20**, (1984) 101-119.
- [3] J.M. Escobar, E. Rodríguez, R. Montenegro, G. Montero, J.M. González-Yuste, Simultaneous untangling and smoothing of tetrahedral meshes, *J. Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 2003, en prensa.
- [4] L.J. Mata, R. García, R. Santana, Simulating acid deposition in tropical regions, en *Proc. of the Air Pollution II Volume 2: Pollution Control and Monitoring*, J.M. Baldasano, C.A. Brebbia, H. Power & P. Zannetti, eds., Computational Mechanics Publications (Southampton y Boston), (1994) 59-67.
- [5] R. Montenegro, G. Montero, J.M. Escobar, E. Rodríguez, J.M. González-Yuste, Tetrahedral Mesh Generation for Environmental Problems over Complex Terrains, *Lecture Notes in Computer Science*, **2329**, (2002) 335-344.
- [6] R. Montenegro, G. Montero, J.M. Escobar, E. Rodríguez, Efficient strategies for adaptive 3-D mesh generation over complex orography, *Neural, Parallel & Scientific Computation*, **10**, 1, (2002) 57-76.
- [7] G. Montero, R. Montenegro, J.M. Escobar, A 3-D diagnostic model for wind field adjustment, *J. Wind Engng. & Ind. Aer.*, **74-76**, (1998) 249-261.
- [8] G. Montero, N. Sanín, 3-D Modelling of Wind Field Adjustment Using Finite Differences in a Terrain Conformal Coordinate System, *J. Wind Eng. & Ind. Aer.*, **89** (2001) 471-488.
- [9] A. Plaza, R. Montenegro, F. Ferragut, An improved derefinement algorithm of nested meshes, *Adv. Engrg. Soft.* **27**, 1/2, (1996) 51-57.

1 Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Campus Universitario de Tafira. 35017-Las Palmas de Gran Canaria.