E.T.S.I.T. - CÁLCULO NUMÉRICO - SEPTIEMBRE 2002 – 2ª Vuelta

1.- a) Deducir el método de Nystrom (r=i, p=1, q=1) para m=1. (1 pto.)

b) Evaluar el orden del error local de truncadura. (1 pto.)

c) Aplicar el método para la obtención de la intensidad $i(t)$, en el instante $t = 0.04$ segundos, del circuito regido por la ecuación,

$$\varepsilon = L\frac{di}{dt} + Ri$$

donde $\varepsilon = 2 - e^{-t}$ Voltios, $R = 0.5$ Ohmios y $L = 2$ Henrios, sabiendo que en el instante inicial tenemos que $i(0) = 0$. Utilizar como paso de tiempo $\Delta t = 0.01$ segundos y aplíquese una iteración del método de Euler para arrancar el método de Nystrom propuesto.

(1 pto.)

2.- Obtener el orden del error que se comete al aproximar $f''(x)$ mediante el esquema:

$$f''(x) \approx \frac{-2f(x-2h) + 32f(x-h) - 60f(x) + 32f(x+h) - 2f(x+2h)}{24h^2}$$

(2.5 ptos.)

3.- Deducir la fórmula abierta de Newton-Cotes con dos puntos de integración.

(2.5 ptos.)

4.- Para resolver la ecuación de convección-difusión en 1-D,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial x} - k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

siendo $v \in R$ y $k \in R^+$, se propone el siguiente esquema en diferencias finitas,

$$u_j^{n+1} - \Delta t\; k\,\frac{u_{j-1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j+1}^{n+1}}{h^2} = u_j^n - \Delta t\; v\,\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} + \frac{\Delta t^2}{2}v^2\,\frac{u_{j-1}^n - 2u_j^n + u_{j+1}^n}{h^2}$$

siendo u_j^n la solución numérica en (x_j, t_n), $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, $h = x_{j+1} - x_j$. ¿Se trata de un esquema consistente? Razonar la respuesta (en caso afirmativo deducir el orden de consistencia, y en caso negativo justificar adecuadamente). (2 ptos.)

TIEMPO ESTIMADO: 3 HORAS

E.T.S.I.T. - CÁLCULO NUMÉRICO - SEPTIEMBRE 2002 – 1ª Vuelta

1.- Dado el sistema de ecuaciones, $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 5 \end{cases}$$

Se pide:

a) ¿La matriz del sistema es definida positiva? Justificar la respuesta. (0.5 ptos.)

b) ¿La solución del sistema coincide con el mínimo del funcional

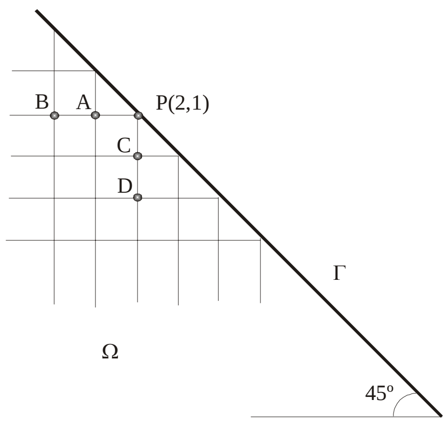
$$J(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}\mathbf{v}^t\mathbf{Av} - \mathbf{b}^t\mathbf{v}$$

donde $\mathbf{v} \in \mathrm{R}^2$? Justificar la respuesta. (1 pto.)

c) Realizar una iteración del método del gradiente partiendo de la solución inicial nula. (1.5 ptos.)

2.- Justificar el orden de convergencia del método de Newton-Raphson. (2 ptos.)

3.- Obtener un esquema en diferencias finitas para aproximar una condición de contorno de tipo Neumann en el punto P(2,1): $\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{6x}{y}$, $\forall (x, y) \in \Gamma$, en función de las soluciones numéricas de los puntos P, A, B, C y D. El esquema propuesto deberá tener la máxima consistencia posible. Considérese una malla regular de paso $h = 0.1$ en el dominio Ω.



(2.5 ptos.)

4.- Introducir la interpolación *spline* cúbica, hasta llegar al planteamiento de las condiciones de continuidad.

(2.5 ptos.)

TIEMPO ESTIMADO: 3 HORAS