ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN

CÁLCULO NUMÉRICO – 11 DE SEPTIEMBRE DE 2006

1.- Dado el siguiente problema:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dt^2} - \left(1 - \dfrac{t}{5}\right) y = t \qquad t \in (1,3) \\ y(1) = 2 \\ \dfrac{dy(3)}{dt} = -1 \end{cases}$$

a) ¿Se trata de un problema de valor inicial? Justificar la respuesta. (0.5 ptos.)

b) Plantear su resolución numérica eligiendo h=0.5 mediante un procedimiento consistente de orden 2. (2.5 ptos.)

2.- a) ¿Qué problema resuelven las fórmulas de Newton-Cotes? Explicar en qué se basa el tipo de aproximación que utilizan.
(1 pto.)

b) Indicar los datos de entrada necesarios para aplicar la interpolación de Lagrange, de Taylor y de Newton. ¿Obtienen todas ellas el mismo polinomio interpolador? Justificar la respuesta. (1 pto.)

c) Si una fórmula de integración numérica de tipo interpolatorio utiliza k puntos de integración situados en cualquier posición, indicar cuál es en general el grado máximo de los polinomios que podemos asegurar que integraría de forma exacta. ¿Y si los puntos están en una situación óptima? Explicar la respuesta. (1 pto.)

d) Justificar si, en la aplicación del método de punto fijo para la resolución de sistemas no lineales, hay que resolver un sistema lineal en cada iteración. ¿Y en el caso del método de Newton modificado?
(1 pto.)

e) ¿Cuál es la principal ventaja de los métodos de Runge-Kutta sobre los métodos de Taylor?
(1 pto.)

3.- Deducir las expresiones explícitas de las funciones de la base usual del espacio polinomial a trozos de Lagrange de segundo grado. Representarlas gráficamente.
(2 ptos.)

TIEMPO ESTIMADO: 2 HORAS Y MEDIA