

# Simulación Numérica de la Realidad

Rafael Montenegro Armas  
Catedrático de Matemática Aplicada de la ULPGC  
Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (SIANI)



Estimadas autoridades, honorable audiencia, queridos amigos:

Impartir la lección inaugural de un curso académico constituye uno de los mayores honores que podía alcanzar como profesor de esta Universidad. Por esta razón, quiero comenzar la lección agradeciendo muy sinceramente a nuestro Rector, profesor José Regidor, y a todos los miembros de su equipo rectoral, que me hayan propuesto para impartir esta primera clase. También, quiero compartir el honor con todos los compañeros del Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería, los compañeros del Departamento de Matemáticas, y con el resto de profesores de esta Universidad que cubrirán más de doscientas cincuenta mil horas docentes a lo largo del presente curso; cualquiera de ellos podría estar hoy en mi lugar.

Estimados alumnos, permítanme que como preámbulo a esta lección les confiese algo sobre la primera lección inaugural a la que asistí. En el año 75, hace ahora exactamente 40 años, un grupo de estudiantes canarios, con apenas 16 ó 17 años, decidimos ir a estudiar ingeniería a Madrid. Antes de comenzar el curso, nos tuvimos que desplazar a la Escuela para realizar un examen de ingreso. El día de esa prueba iba acompañado por dos personas que están en mi recuerdo: uno de aquellos estudiantes canarios, mi amigo Juan Ramón Rossique, y por mi padre. Justo antes de cruzar la última calle, estuve a punto de decirles que daba la vuelta y que iba a estudiar en Las Palmas. Fue un breve pero intenso impulso que pudo haber cambiado mi vida. Finalmente superamos la prueba y conseguimos plaza en la Escuela. Al comienzo del curso recibimos una invitación para asistir a un solemne acto de apertura. En ella aparecía la impartición de una lección inaugural. No teníamos muy claro de qué se trataba, ni si estábamos obligados a asistir al solemne

acto. Alguno de aquellos aplicados estudiantes llegó a argumentar que quizás se enseñaba algo que debiéramos saber. Tras una larga y acalorada discusión, al final decidimos acudir. Por si existiera en la sala algún estudiante preocupado por este motivo, desde el principio querría dejarle bien claro que los contenidos de esta clase no entrarán en ningún examen. No obstante, espero que puedan aprender algo y que al mismo tiempo pasen un buen rato.

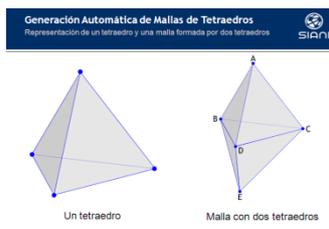
He titulado la lección “Simulación numérica de la realidad”. Para todos es fácil entender qué es la realidad, aunque no sepamos del todo el porqué de las cosas que suceden en la realidad. Precisamente, la simulación numérica de la realidad intenta dar respuesta a esto último, aproximando *a priori* sucesos que se producen en nuestro entorno. Es obvio que la realidad es muy compleja y que no todo lo real se puede simular o predecir. Por ejemplo, es imposible simular cómo hubiese sido mi vida si no hubiese cruzado aquella última calle, o es imposible predecir el resultado de la lotería, o es imposible simular cómo evolucionan los sentimientos. Sin embargo, en la realidad se dan algunos sucesos que pueden ser predichos teniendo en cuenta las leyes naturales que definen sus comportamientos. Muchos avances de la humanidad se han basado en la existencia de esta posibilidad.

He escogido este tema, de gran interés y actualidad en el campo de la matemática aplicada, para resaltar la importancia de la investigación en la universidad, su repercusión en la actualización y mejora de los planes de estudio, y su transferencia a la sociedad.

Para poder simular la realidad, es necesario plantear un modelo matemático que la represente de forma simplificada. Una vez modelado el sistema real, pueden aplicarse técnicas y herramientas matemáticas para obtener una aproximación de su comportamiento.

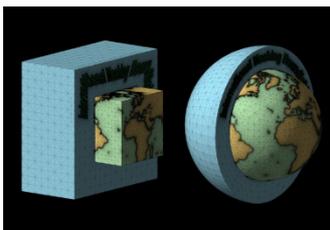
El objetivo que nos planteamos en esta lección es transmitir ideas básicas sobre la simulación numérica de cuatro problemas medioambientales que hemos abordado en nuestro grupo (velocidad del viento, radiación solar, contaminación atmosférica y el modelado de yacimientos de petróleo). Evitaré detallar las complejas ecuaciones que aparecen en los modelos matemáticos de estos fenómenos físicos y las técnicas numéricas utilizadas para aproximar sus soluciones. El método de los elementos finitos es una de las técnicas numéricas más extendidas en la actualidad. Sus algoritmos se implementan en programas de ordenador y su ejecución nos suministra la solución aproximada del problema.

Para poder aplicar el método es necesario representar la región de estudio mediante una malla que conforma una aproximación discreta (también llamada a trozos) de un dominio real. Las técnicas que permiten construir mallas se conocen como técnicas de generación de mallas, o también métodos de discretización. Las mallas usadas para analizar fenómenos que se producen sobre superficies suelen ser mallas compuestas por triángulos, mientras que las empleadas para fenómenos tridimensionales están formadas por tetraedros.



El tetraedro es el poliedro más simple en 3-D, capaz de encerrar un volumen, y está formado por cuatro caras triangulares. A la izquierda de esta figura se representa un tetraedro, y a la derecha pueden ver una malla formada por dos tetraedros.

Con estos elementos sencillos se consigue “contar” al ordenador la forma o geometría de una región tridimensional real, y se puede definir un soporte de interpolación a trozos para aproximar, en cualquier punto de la región de estudio, la magnitud física que queremos simular.



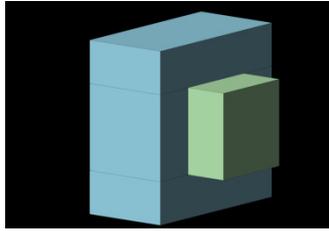
Para ilustrar el concepto de malla de elementos finitos adaptativa, en esta figura se representan dos vistas de una malla de tetraedros. La malla está adaptada para aproximar las líneas de costa de los continentes y los contornos de las letras que se han “escrito” en la “atmósfera”. El concepto de adaptación de la malla significa que se han construido elementos más pequeños allí donde es necesario aumentar la resolución para aproximar los detalles de la geometría. Es importante resaltar que para aproximar la magnitud física, el método de elementos finitos plantea un sistema de ecuaciones, donde el orden del número de incógnitas es proporcional al número de vértices existente en la malla. Por tanto, nos interesa que la malla esté adaptada para disminuir, en la medida de lo posible, el orden del sistema y consecuentemente el coste computacional de su resolución. Hay que tener en cuenta que en el caso de simular problemas en dominios tridimensionales de geometría irregular, los sistemas resultantes pueden ser de millones de ecuaciones con millones de incógnitas. Aunque en la actualidad existen técnicas numéricas eficientes y ordenadores de gran capacidad, el coste computacional de la resolución de estos sistemas puede ser significativo, o incluso impracticable.

La generación automática de mallas de elementos finitos de geometrías complejas sigue siendo en la actualidad una línea de investigación abierta. Recientemente hemos introducido el denominado método del mecano para generar mallas de tetraedros. La idea es generar automáticamente la malla de

tetraedros en una aproximación de la región de estudio construida mediante piezas simples, y finalmente deformar la malla para aproximar el dominio.

---

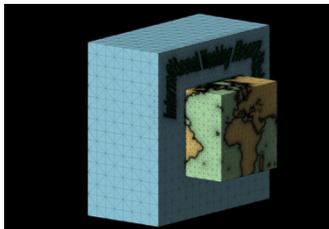
salto



En esta figura se representa el mecano que hemos utilizado para la generación de la malla anterior.

---

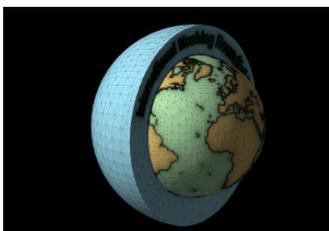
salto



Aquí se muestra la malla de tetraedros generada en el mecano.

---

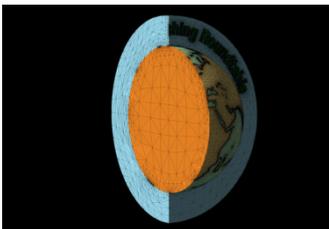
salto



Y finalmente esta es la malla obtenida por el método al deformar la malla del mecano al dominio real.

---

salto



Si realizamos un corte en el interior de la malla, podemos ver que se trata de una malla de volumen.

salto



También pueden observar una vista frontal de la misma malla.

salto



Es sencillo cambiar automáticamente las palabras escritas en la “atmósfera”.

salto

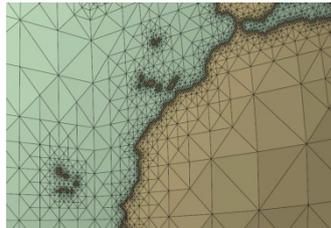


Una vez que el ordenador tiene la información del dominio real, podemos aplicar el método de los elementos finitos para simular algún problema medioambiental.

salto



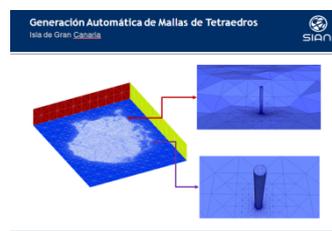
Nos podemos acercar a la zona de nuestras Islas.



Y observar cuál es la representación discreta de las Islas. Vemos que la resolución de la malla es insuficiente para captar todos los detalles orográficos.



Sin embargo, como se muestra en estas imágenes de la Isla de Gran Canaria, podemos aumentar la resolución tanto como se quiera para que el método numérico pueda interpretar mejor la realidad.



En el caso de que queramos simular la dispersión de contaminantes sobre la Isla, podríamos adaptar la malla para que el ordenador “vea” bien las chimeneas existentes en las centrales eléctricas.

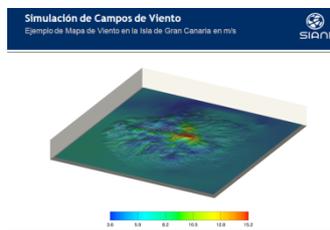
A continuación voy a mostrar algunos resultados de los cuatro problemas medioambientales en los que hemos trabajado.

El primero consiste en la simulación de campos de viento. La energía eólica que podemos obtener en cualquier punto de la Isla dependerá directamente de la velocidad del viento. Por tanto, es necesario disponer de un procedimiento que nos estime su valor.

Desde el punto de vista de la localización óptima de parques eólicos, las empresas productoras necesitan conocer las zonas de mayor potencial energético. Normalmente se dispone de pocas medidas tomadas en puntos dispersos. A partir de esas medidas hay que buscar un método matemático que estime el viento sobre cualquier punto del terreno. En particular, los modelos de tipo masa consistente son adecuados para resolver este problema práctico. Con ellos se pueden elaborar mapas de viento que son fundamentales para el estudio, planificación y explotación de los recursos eólicos.

Desde el punto de vista de la predicción de la potencia que podrán generar los parques eólicos en terrenos de orografía irregular, la combinación de los resultados de modelos meteorológicos con el modelo de masa consistente es fundamental, debido a la limitación a 1 kilómetro de la máxima resolución de los modelos meteorológicos. Con esta resolución seríamos incapaces de ver las fuertes irregularidades orográficas de las Islas.

salto

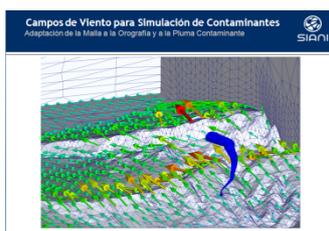


Aquí se muestra como ejemplo el módulo de la velocidad del viento a una altura de 100 m sobre el terreno. Puede observarse cómo en las zonas más altas de la Isla resultan los mayores valores.

salto



En esta otra figura se aprecia cómo la orografía tiene una influencia muy importante en las líneas de corriente del campo de viento.



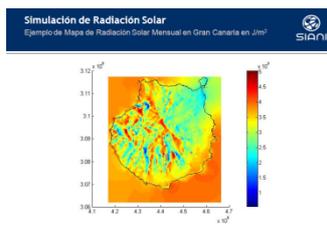
Dediquemos ahora unos breves comentarios a un segundo problema: la simulación de la dispersión de contaminantes emitidos por las chimeneas de centrales térmicas convencionales. Este fenómeno físico está gobernado por un modelo complicado definido por un conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales no lineales y evolutivas, donde las incógnitas son las concentraciones de los diferentes compuestos químicos contaminantes en cualquier punto de la región de estudio. En este problema, el campo de viento juega un papel fundamental, ya que el efecto del transporte de los contaminantes suele predominar frente al efecto de la difusión. Por esta razón, la combinación del modelo de simulación de campos de viento junto con el modelo de dispersión de contaminantes puede ser muy útil, incluso desde el punto de vista de predicción de la contaminación.

De esta forma, el modelo combinado puede tener capacidad para predecir episodios futuros de contaminación en función de las condiciones meteorológicas previstas por un modelo meteorológico. El mayor interés de la aplicación del modelo numérico es determinar los valores de inmisión de los contaminantes, es decir, sus concentraciones sobre la superficie del terreno. Así las centrales eléctricas podrán planificar su actividad estimando de antemano el impacto que causarán sus emisiones, observar con detalle su efecto en puntos concretos del territorio, y predecir el alcance de episodios meteorológicos adversos como tormentas o fuertes vientos.

En esta figura puede observarse una simulación del campo de viento sobre un terreno de orografía irregular. En la parte inferior derecha de la figura, se encuentra la chimenea incluida en la malla. También se muestra la trayectoria alabeada de la pluma contaminante.



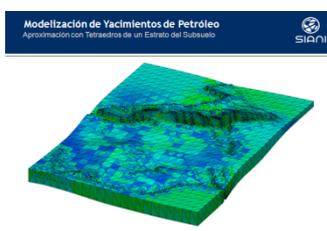
En esta otra figura, se puede ver un detalle de la malla y de los valores de la concentración de un contaminante en el entorno de una chimenea.



El tercer problema medioambiental que quería comentar está relacionado con la energía solar. Hemos desarrollado un modelo de radiación solar que tiene aplicaciones similares a las expuestas para el modelo de simulación de campos de viento: la generación de mapas de radiación, la localización de emplazamientos óptimos de parque solares, y la predicción de la potencia generada.

Conocida la posición relativa del Sol, y contando con una aproximación de la superficie del terreno mediante una malla de triángulos, es relativamente sencillo determinar para cielo limpio qué triángulos están en sombra y cuáles están directamente iluminados por el Sol. A partir de esta información, se puede evaluar la radiación directa, difusa y reflejada recibida con cielo limpio por cada uno de los triángulos de la malla. Si se conocen las condiciones de nubosidad y calima, mediante modelos meteorológicos o medidas experimentales en puntos de la región, se puede evaluar un coeficiente de atenuación de la radiación con cielo limpio y aproximar finalmente la radiación real con cielo cubierto.

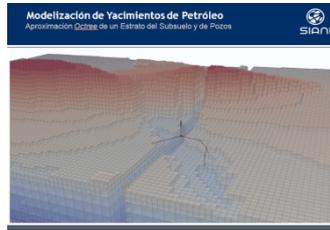
En esta figura se representa un mapa típico de irradiación real en la Isla de Gran Canaria durante el mes de diciembre. Los cambios bruscos de azul a rojo son debidos a los barrancos muy pronunciados que existen en la Isla. En el fondo de estos barrancos se tiene un valor de irradiación más pequeño que en las crestas. Por esta razón es muy importante que la malla aproxime suficientemente bien las irregularidades del terreno.



El cuarto y último problema medioambiental que quería comentar está relacionado con la simulación numérica de flujos en yacimientos de petróleo. Este es un problema físico muy complicado, debido a que hay que simular la evolución en el tiempo de aceite, gas y agua en regiones subterráneas de geometría compleja formadas por múltiples estratos, fallas y pozos. Nuestro trabajo se ha centrado en la modelización de la geometría del subsuelo utilizando mallas adaptativas de tetraedros y hexaedros. En esta figura pueden

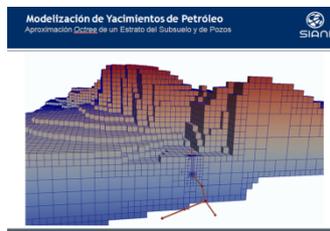
ver una malla adaptativa de tetraedros de un estrato, generada con el método del mecano.

salto



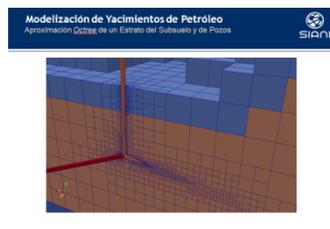
La discretización del yacimiento puede realizarse también mediante una malla adaptativa de hexaedros basada en una subdivisión *octree*. En este ejemplo se representa un estrato del subsuelo, incluyendo la trayectoria de los pozos.

salto



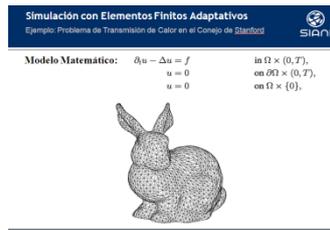
Pueden ver con mayor detalle el cambio de resolución cerca de los pozos.

salto



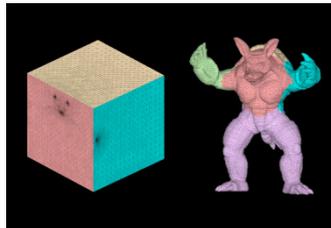
Aquí se muestra otro detalle.

En la actualidad la simulación numérica mediante el método de los elementos finitos se aplica para analizar muchos fenómenos físicos que se plantean en otros campos de la ingeniería (aeronáutica, automoción, estructuras, telecomunicación, termodinámica, etc.). Recientemente están tomando mucha importancia las aplicaciones en el campo de la bioingeniería (por ejemplo, análisis de flujo sanguíneo, prótesis o funcionamiento de órganos). Todas estas aplicaciones pasan por una primera etapa que consiste en la representación discreta de la realidad, es decir, la generación de una malla. Finalizo la parte técnica de la lección con tres ejemplos.



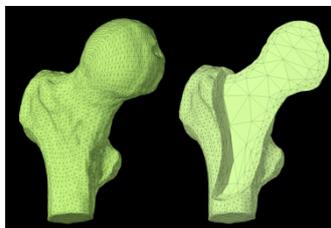
El primero es un problema de transmisión de calor que tiene lugar en el interior del conejo de Stanford. Pueden ver el modelo matemático que consiste en una ecuación diferencial donde  $u$  es la incógnita, que representa en este caso la temperatura en cualquier punto del interior del conejo. Se trata de un problema evolutivo donde una fuente de calor concentrada  $f$  va cambiando de posición con el tiempo dentro del conejo. Simplemente quiero mostrarles en este video la forma en que el problema se simula numéricamente. Por un lado, a la izquierda se representa la malla que se va adaptando dinámicamente a la fuente de calor que se mueve con el tiempo. En la parte superior derecha pueden ver la evolución de la temperatura a lo largo del tiempo. Dicha temperatura oscila entre un valor mínimo de 0 grados, representado en color azul, y un máximo de 350 grados, mostrado en color rojo.

salto



El método que emplea el generador de mallas debe ser capaz de construir la malla de tetraedros de geometrías complicadas con la mínima intervención del usuario.

salto



Por tanto, la representación discreta de los “objetos” de estudio puede ser una tarea muy complicada en función de la mayor complejidad de su geometría.



Si en algún momento están aburridos y quieren ver con más detalles los modelos numéricos planteados en esta lección, pueden acceder a esta página web donde se incluyen artículos, conferencias, tesis doctorales, software, etc. Estas ideas se analizan en varios cursos de los dos másteres de investigación impartidos por nuestro Instituto Universitario.

En colaboración con:			
L. Ferraguti	F.J. Sevilla	L. González	G. Jorquera
G. Winter	V. Henríquez	B.H.V. Topping	M. Bercik
G. Montero	A. Lozano	J.M. Casco	J.I. López
J. Estay	V. Mesa	E. Riquelme	J. Ramirez
P. Almeida	E. Florez	F. Cerezo	D. Benitez
A. Níñez	A. Suárez	A. González	J.E. González
A. Plaza	M.D. García	G. Casco	M. Horal
P. Cuesta	M.T. Cruz	F. Diaz	J. Calvo
I. Padilla	A. Alekseev	L. Mazorra	G.V. Socorro
J. Pacheco	G.F. Casey	A. Oliver	E. Ruiz-Sinista
I. Fernández	R. Bertiel	A. Perez-Foguet	A. Ramos
A. Macías	V. Hernández	T.J. Wilson	...
S. Garcia	I. Moreno	J. Sarria	Librada Zumbado
M. Sambandham	J. Rocha	X. Roca	Ester Montenegro
J.M. Escobar	E. Rodríguez	M.C. Rivas	
M.I. Ascón	J.M. Gilz-Vuste	P. Rodríguez	

Para poder abordar estos problemas se necesita un buen equipo multidisciplinar, personas que aporten su conocimiento y experiencia, y jóvenes que aporten su valía y sus ilusiones. En esta transparencia pueden ver, ordenados cronológicamente, todos los coautores de alguna publicación realizada a lo largo de mis treinta y dos años como profesor de esta Universidad. Destaco en color rojo los compañeros, contratados y becarios que están más integrados en nuestro actual grupo de trabajo, y en color azul las dos personas que me han apoyado de manera más personal, durante los últimos cuarenta y uno y veinticuatro años.

He tratado de simplificar los conceptos de forma que pudieran entender algunas cosas que hacemos en nuestro grupo para simular una parte de la realidad. En el futuro la comunidad científica irá aumentando el conjunto de problemas reales susceptibles de ser simulados numéricamente. Algunos de estos problemas son ahora mismo inimaginables. Queridos alumnos, saben que la investigación es muy importante. Las universidades más prestigiosas destacan por sus trabajos de investigación. Hay que ser conscientes de que las universidades no son solo academias generadoras de títulos. Además deben ser protagonistas en la generación del conocimiento. Solo así los alumnos se podrán formar en lo más actual y podrán contribuir en mayor medida al avance de nuestra sociedad. Corresponde a ustedes, los jóvenes, innovar y mejorar el futuro. Estimados alumnos, valoren y aprovechen con seriedad el esfuerzo que realiza la sociedad canaria financiando su formación.



La formación les servirá para ganar grandes batallas. El valioso conocimiento que adquirirán en la Universidad les servirá para enfrentarse mejor a nuevos problemas, y para poder cruzar con mayor seguridad las muchas “calles”, inicialmente desconocidas, por las que deberán pasar a lo largo de la vida.



El mundo es inmenso, pero al mismo tiempo es cada vez más fácil y accesible. La tecnología hace que las distancias físicas y “virtuales” sean cada vez más cortas. Además, la universidad contribuye también a la disminución de las distancias culturales. Queridos alumnos, siéntanse orgullosos de estudiar en nuestra Universidad. Cuentan con el apoyo de todos.



No se sabe si los guanches nos querían decir algo con los dibujos geométricos de la Cueva Pintada de Gáldar. No puedo asegurar si estaban pensando en generación de mallas. Pero ciertamente representaron la subdivisión de triángulos (el triángulo padre queda subdividido en cuatro hijos semejantes; es nuestra pintadera canaria), y también dibujaron la subdivisión de cuadriláteros (el cuadrilátero padre queda subdividido en cuatro hijos; es la llamada subdivisión *quadtree*). Estas dos subdivisiones son bien conocidas en la actualidad por la comunidad científica, y se utilizan como algoritmos de refinamiento de malla para aumentar la resolución en las zonas donde sea necesario.

Ya que hablamos de algo nuestro, a nivel personal me gustaría desearle los mayores éxitos al profesor Antonio Martín, nuevo rector de la Universidad de

La Laguna. Tenemos en común las matemáticas y he tenido la suerte de compartir con él varios encuentros. Le agradezco su presencia en este acto. Con toda seguridad, bajo su mandato las dos universidades canarias seguirán aumentando la línea de colaboración que ya tienen establecida. No hacen falta muchas matemáticas para saber que sumando se llega más lejos que restando.

Un último agradecimiento personal para algo que también es muy nuestro. Los que me conocen saben que desde octubre del año pasado no imparto ninguna lección, o dicho de otra forma, después de un año he podido impartir hoy una primera clase. Esto ha sido posible, entre otras cosas, gracias al trato profesional y excelente que recibí en nuestro Hospital Insular.

Termino mi intervención con la esperanza de que al menos haya cubierto una parte de sus expectativas. Y si esta no ha sido la realidad, siempre nos quedaría la posibilidad de intentar simularla. Sinceramente, muchas gracias por su amable presencia, paciencia y atención.