E.T.S.I.T. - CÁLCULO NUMÉRICO - DICIEMBRE 2000

1.- a) Si $p_{k-1}(x)$ es el polinomio interpolador de Lagrange de la función $f(x)$ en el soporte de puntos $\{x_0, x_1, ..., x_{k-1}\}$. Obtener la expresión del polinomio interpolador $p_k(x)$, que resulta al añadir un nuevo punto x_k al soporte, en función del polinomio $p_{k-1}(x)$. (1.5 ptos.)

b) Utilizar el resultado anterior para deducir la formula de interpolación de Newton . (1 pto.)

2.- Dada la ecuación $\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, siendo $a \in R^+$, se propone el siguiente esquema en diferencias finitas para su resolución:

$$u_i^{k+1} = \tfrac{1}{2}ap(1+ap)u_{i-1}^k + (1-a^2p^2)u_i^k - \tfrac{1}{2}ap(1-ap)u_{i+1}^k$$

siendo u_i^k la solución numérica en (x_i, t_k), $p = \frac{\Delta t}{h}$, $\Delta t = t_{k+1} - t_k$, $h = x_{i+1} - x_i$. Se pide:

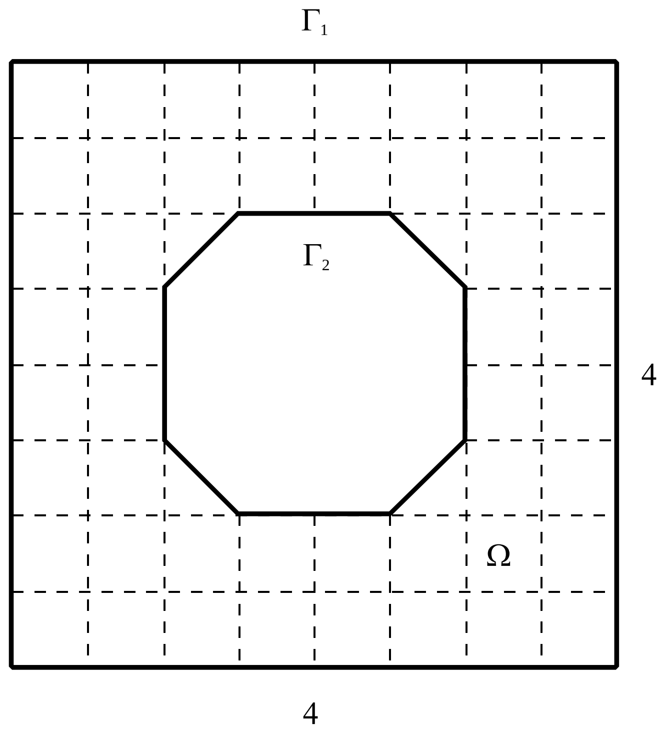
a) Obtener la ganancia exacta de un modo genérico del desarrollo de Fourier de la solución analítica en forma compleja. (0.5 ptos.)

b) Analizar la estabilidad del esquema propuesto. (2 ptos.)

3.- a) Deducir el método de Euler modificado para resolver el problema escalar de valor inicial. (1 pto.)

b) Deducir su error de truncadura local o de consistencia. (1.5 ptos.)

4.- Consideremos el dominio $\Omega \in R^2$ representado en la figura, limitado por la frontera $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, en el que nos encontramos con el problema de potencial electrostático:



$$\begin{cases} \Delta u = 2 & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{en } \Gamma_1 \\ u = 1 & \text{en } \Gamma_2 \end{cases}$$

a) Obtener un esquema en diferencias finitas con un error de consistencia $O(h^2)$, para la resolución del problema con la malla regular indicada en la figura, siendo el paso espacial $h = 0.5$. (1 pto.)

b) Plantear el mínimo sistema de ecuaciones para obtener la solución aproximada en los nodos de la malla. Téngase en cuenta las simetrías del dominio y de la solución. (1.5 ptos.)

TIEMPO ESTIMADO: 3 HORAS