

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN

CÁLCULO NUMÉRICO – DICIEMBRE 2003

1.- Obtener la solución numérica del siguiente problema, considerando un paso  $h = 0.5$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dt^2} - \left(1 - \frac{t}{5}\right)x = t \quad t \in (1,3) \\ x(1) = 2 \\ x(3) = -1 \end{array} \right.$$

(2.5 pts.)

2.- Deducir un esquema en diferencias finitas centrado para aproximar  $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$  en un nodo de una malla de paso  $h$  según el eje  $x$ , y de paso  $k$  según el eje  $y$ , cuyo error de consistencia sea de orden  $O(h^2)$ . (2.5 pts.)

3.- Para resolver un problema parabólico,  $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \sigma \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$  siendo  $\sigma > 0$ , se propone el siguiente esquema:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + r[\theta(u_{i+1}^{k+1} - 2u_i^{k+1} + u_{i-1}^{k+1}) + (1-\theta)(u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k)]$$

siendo  $u_i^k$  la solución numérica en  $(x_i, t_k)$ ,  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ ,  $h = x_{i+1} - x_i$ ,  $r = \frac{\sigma \Delta t}{h^2}$ ,  $\theta \in [0,1]$ . Se pide estudiar la estabilidad del esquema propuesto para los distintos valores de  $\theta$ . (2.5 pts.)

4.- a) ¿Qué es un método predictor-corrector? Ventajas e inconvenientes que presentan. (1.5 pto.)

b) Indicar diferencias cualitativas entre la interpolación a trozos de tercer grado de Hermite y la spline cúbica. (1 pto.)

**TIEMPO ESTIMADO: 3 HORAS**