

# ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN

## CÁLCULO NUMÉRICO – 14 DE JUNIO DE 2007

1.- Justificar brevemente la respuesta afirmativa o negativa a las siguientes preguntas:

a) ¿Se puede asegurar la convergencia del método de Newton hacia  $\alpha \in (a,b)$  tal que  $f(\alpha) = 0$  si se parte de una aproximación inicial  $x_0 \in (a,b)$ , muy próxima a  $\alpha$ , con  $f(x) \in C^\infty(a,b)$ ?  
(1 pto.)

b) ¿Se puede asegurar la convergencia del método de gradiente conjugado para cualquier sistema lineal definido positivo?  
(1 pto.)

c) ¿La función interpoladora definida mediante polinomios a trozos en la interpolación *spline* cúbica posee derivada tercera continua en todo el intervalo de interpolación?  
(1 pto.)

d) ¿El error de consistencia de un método paso a paso nos mide la diferencia entre la solución exacta y la solución numérica?  
(1 pto.)

e) ¿En la aplicación del método de diferencias finitas para el problema de Laplace, con condiciones de Dirichlet en la frontera, resulta un sistema de ecuaciones lineal cuya matriz es *sparse*?  
(1 pto.)

f) ¿Las fórmulas de Newton-Cotes se usan para aproximar la derivada de una función mediante fórmulas de tipo interpolatorio?  
(1 pto.)

2.- a) Deducir un esquema en diferencias finitas centrado para aproximar  $\frac{\partial^3 u}{\partial y^3}$  en un nodo de una malla de paso  $h$  según el eje  $x$ , y de paso  $k$  según el eje  $y$ , cuyo error de consistencia sea de orden  $O(k^2)$ . Utilizar el menor número de puntos de la retícula.  
(2 ptos.)

b) Aplicando el resultado anterior, plantear un esquema en diferencias finitas que aproxime la ecuación  $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{u^2}{x} = f(x,y)$  en un punto  $(x_i, y_j)$  de la retícula. Justificar si el sistema de ecuaciones resultante es lineal o no lineal, y deducir la consistencia global del esquema propuesto.  
(2 ptos.)

**TIEMPO MÁXIMO ESTIMADO: 1 hora y media**

\* Se ruega que se atienda a lo siguiente:

1. Los teléfonos móviles y calculadoras deberán estar totalmente apagados y no podrán estar encima de la mesa. Sólo podrá utilizarse folios entregados en el examen. No se permite el uso de libros, ni apuntes, ni otro tipo de información, ni ausentarse temporalmente del examen.
2. Revisión de exámenes: viernes 29/06/07 y lunes 02/07/07 de 12'30 a 13'00 h. en el IUSIANI.