

Modelización y Simulación Numérica de Campos de Viento Orientados a Procesos de Contaminación Atmosférica

R. Montenegro G. Montero J.M. Escobar E. Rodríguez
J.M. González-Yuste

Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Campus Universitario de Tafira. 35017-Las Palmas de Gran Canaria

Resumen

Para la simulación numérica tridimensional de procesos de contaminación atmosférica producidos por la emisión de gases a través de grandes chimeneas [10, 12, 21], es esencial disponer de un generador de mallas, en nuestro caso de tetraedros, que se adapten a orografías irregulares [5, 13, 14] y a las fuentes de emisión; la discretización de las chimeneas permitirá definir el flujo de contaminantes incluyendo condiciones de contorno directamente en las superficies de salida de los gases. Por otra parte, será necesario emplear un modelo eficiente capaz de aproximar el campo de velocidades del fluido. Este trabajo se centra fundamentalmente en este último aspecto, es decir, presentamos un modelo de masa consistente para el ajuste de campos de viento mediante elementos finitos adaptativos, que además tiene en cuenta el efecto de la trayectoria de los gases a la salida de los focos emisores [15, 17, 18]. El modelo genera un campo de velocidades incompresible que se adapta a un campo inicial obtenido a partir de medidas experimentales y consideraciones físicas. Finalizamos el trabajo presentando una aplicación en la que se simula el campo de viento existente en una región de la Isla de La Palma que incluye una chimenea.

1. Introducción

En [13, 14] proponemos un generador de mallas para problemas medioambientales que es aplicado en este trabajo. El dominio estudiado está limitado inferiormente por el terreno y superiormente por un plano horizontal. Las paredes laterales están formadas por cuatro planos verticales. Concretamente, planteamos la construcción de una triangulación regular sobre el plano del contorno superior. A partir de ésta, se aplica el algoritmo de refinamiento/desrefinamiento [6, 19] para definir una distribución adaptativa de los nodos de la capa correspondiente a la superficie del terreno y a las funciones que definen las chimeneas. Una vez establecida la distribución de nodos sobre el terreno y el contorno superior, empezamos a distribuir los nodos que van a estar situados entre

ambas capas mediante una función de espaciado vertical. Seguidamente, se aplica un generador de mallas tridimensionales basado en la triangulación de Delaunay [4]. En una primera etapa, nuestro generador de mallas 3-D puede conducir a mallas con poca calidad y, en algunos casos, por ejemplo cuando existe desplazamiento de nodos, pueden aparecer elementos invertidos. En [5] proponemos un procedimiento para desenredar y suavizar mallas simultáneamente. Por otro lado, a lo largo de la trayectoria de la pluma, aplicamos un algoritmo de refinamiento local [7, 8] basado en la subdivisión en 8 subtetraedros. De esta forma, mejoramos el grado de discretización en esta región del dominio.

La malla de tetraedros es utilizada en un modelo de masa consistente para el ajuste del campo de viento [15, 16]. El primer paso para la construcción del campo inicial es realizar una interpolación horizontal de las medidas obtenidas en las estaciones. A partir de estos valores, se determinan los perfiles verticales de viento teniendo en cuenta las condiciones de estabilidad atmosférica, la rugosidad del terreno, el viento geostrófico y la estratificación atmosférica. En concreto, se construye un perfil logarítmico-lineal en la capa superficial de la atmósfera, y por encima de ésta se realiza una interpolación lineal con el viento geostrófico.

Para incluir el efecto de la emisión de los gases, este campo de viento se modifica corrigiendo su velocidad vertical a lo largo de la trayectoria de la pluma contaminante. Una vez construido definitivamente el campo inicial, el problema se formula en términos de un fluido incompresible con la condición de contorno de impenetrabilidad sobre el terreno y permitiendo la salida de fluido a través de la chimenea. El ajuste se lleva a cabo mediante una función de mínimos cuadrados, que, utilizando la técnica de los multiplicadores de Lagrange, conduce a un problema elíptico de tipo Poisson. El método de elementos finitos es una herramienta muy eficiente para resolver este tipo de problemas. Sin embargo, pueden existir zonas del dominio estudiado que precisen una mayor exactitud de la solución numérica obtenida, debido tanto a las irregularidades del terreno como a fuertes variaciones en la solución.

Por tanto, para mejorar la solución numérica se propone un proceso adaptativo de refinamiento local de la malla de tetraedros. En primer lugar, se calcula un indicador de error en cada elemento de la malla que pretendemos refinar. La distribución de estos indicadores determina los elementos que deben ser refinados. La técnica de refinamiento propuesta, basada en la subdivisión en 8-subtetraedros [7, 8, 11], permite una mayor discretización de las zonas afectadas sin que se produzca una propagación excesiva de la zona refinada en la malla. Una vez obtenida la malla refinada, se puede repetir el proceso hasta que el error de la solución satisfaga la tolerancia exigida. Evidentemente, si se desea obtener una secuencia de campos de viento ajustados a medidas experimentales para diferentes instantes de tiempo, hay que incluir en el modelo un código de desrefinamiento de la malla [9] que permita trabajar con mallas cuasi-óptimas en cada paso de tiempo. Finalmente, el modelo de campos de viento se aplica con datos correspondientes a la Isla de La Palma.

2. Modelo de Masa Consistente

El modelo se plantea a partir de la ecuación de continuidad considerando la densidad del aire constante sobre el dominio Ω y de la condición de que el flujo no atraviese el contorno Γ_b , correspondiente a la superficie del terreno,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (1)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{en } \Gamma_b \quad (2)$$

Formulamos, entonces, un problema de mínimos cuadrados para ajustar el campo de velocidades $\vec{u}(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$ a otro $\vec{v}_0(u_0, v_0, w_0)$ obtenido a partir de medidas experimentales,

$$E(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) = \int_{\Omega} [\alpha_1^2 ((\tilde{u} - u_0)^2 + (\tilde{v} - v_0)^2) + \alpha_2^2 (\tilde{w} - w_0)^2] d\Omega \quad (3)$$

donde α_1 y α_2 son los módulos de precisión de Gauss. Por tanto, el problema consiste en encontrar el punto silla $(\vec{v}(u, v, w), \phi)$ del lagrangiano

$$E(\vec{v}) = \min_{\vec{u} \in K} \left[E(\vec{u}) + \int_{\Omega} \phi \vec{\nabla} \cdot \vec{u} d\Omega \right] \quad (4)$$

Hemos utilizado la técnica de los multiplicadores de Lagrange para resolver (4) y obtenemos las ecuaciones de Euler-Lagrange,

$$u = u_0 + T_h \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = v_0 + T_h \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w = w_0 + T_v \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (5)$$

donde ϕ es el multiplicador de Lagrange y $T = (T_h, T_h, T_v)$ es el tensor de transmisividad diagonal, siendo $T_h = \frac{1}{2\alpha_1^2}$ y $T_v = \frac{1}{2\alpha_2^2}$. Si α_1 y α_2 son constantes en Ω , la formulación variacional conduce a un problema elíptico en ϕ , sustituyendo (5) en (1),

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{T_v}{T_h} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{1}{T_h} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial z} \right) \quad \text{en } \Omega \quad (6)$$

tal que las condiciones sobre el contorno abierto son tipo Dirichlet nulas y tipo Neumann en el terreno,

$$\phi = 0 \quad \text{en } \Gamma_a \quad (7)$$

$$\vec{n} \cdot T \vec{\nabla} \phi = -\vec{n} \cdot \vec{v}_0 \quad \text{en } \Gamma_b \quad (8)$$

Las velocidades medidas a la altura z_m de las estaciones son interpoladas atendiendo a la distancia y diferencia de altitud de cada punto y las estaciones [15]

$$\vec{v}_0(z_m) = \varepsilon \frac{\sum_{n=1}^N \frac{\vec{v}_n}{d_n^2}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{d_n^2}} + (1 - \varepsilon) \frac{\sum_{n=1}^N \frac{\vec{v}_n}{|\Delta h_n|}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{|\Delta h_n|}} \quad (9)$$

donde \vec{v}_n representa la velocidad observada en la estación n , N el número de estaciones, d_n la distancia horizontal desde la estación n al punto considerado, $|\Delta h_n|$ la diferencia de altitud entre la estación n y el punto considerado, y ε un parámetro ($0 \leq \varepsilon \leq 1$), que permite dar mayor o menor peso a una de las dos aportaciones.

Hemos utilizado un perfil de viento logarítmico-lineal en la capa superficial [10], que tiene en cuenta la interpolación horizontal previa [15] y el efecto de la rugosidad del terreno sobre la intensidad y dirección del viento. Estos valores dependen asimismo de las condiciones de estabilidad de la atmósfera (inestable, neutra o estable) atendiendo a la clasificación de Pasquill. Por encima de la capa superficial, se realiza una interpolación lineal con el viento geostrófico. El perfil logarítmico viene dado por,

$$\vec{v}_0(z) = \frac{\vec{v}^*}{k} \left(\log \frac{z}{z_0} - \Phi_m \right) \quad z_0 < z \leq z_{sl} \quad (10)$$

donde \vec{v}^* representa la velocidad de fricción, k es la constante de von Karman, z_0 es la longitud de rugosidad [12] y z_{sl} es la altitud de la capa superficial. El valor de Φ_m depende de la estabilidad del aire,

$$\begin{aligned} \Phi_m &= 0 && \text{(atmósfera neutra)} \\ \Phi_m &= -5 \frac{z}{L} && \text{(atmósfera estable)} \\ \Phi_m &= \log \left[\left(\frac{\theta^2 + 1}{2} \right) \left(\frac{\theta + 1}{2} \right)^2 \right] - 2 \arctan \theta + \frac{\pi}{2} && \text{(atmósfera inestable)} \end{aligned} \quad (11)$$

donde, $\theta = (1 - 16 \frac{z}{L})^{1/4}$ y $\frac{1}{L} = a z_0^b$, con a , b , constantes dependientes de la clase de estabilidad de Pasquill (ver p.e. [21]). La velocidad de fricción se obtiene en cada punto a partir de las medidas interpoladas a la altura de las estaciones,

$$\vec{v}^* = \frac{k \vec{v}_0(z_m)}{\log \frac{z_m}{z_0} - \Phi_m} \quad (12)$$

La altitud de la capa límite planetaria z_{pbl} sobre el terreno es definida como,

$$z_{pbl} = \frac{\gamma |\vec{v}^*|}{f} \quad (13)$$

tal que la intensidad y la dirección del viento es constante a partir de ahí, donde $f = 2\Omega \sin \phi$ es el parámetro de Coriolis (Ω es la velocidad de rotación de la Tierra y ϕ la latitud), y γ es un parámetro que depende de la estabilidad atmosférica y se considera entre 0,15 y 0,3. La altitud de la capa de mezcla h se considera igual a z_{pbl} en condiciones neutras e inestables. En condiciones estables, viene dada por,

$$h = \gamma' \sqrt{\frac{|\vec{v}^*| L}{f}} \quad (14)$$

donde $\gamma' = 0,4$. La altura de la capa superficial es el 10 % de la capa de mezcla: $z_{sl} = \frac{h}{10}$. Desde z_{sl} a z_{pbl} , se realiza una interpolación lineal usando el viento geostrófico \vec{v}_g ,

$$\vec{v}_0(z) = \rho(z) \vec{v}_0(z_{sl}) + [1 - \rho(z)] \vec{v}_g \quad z_{sl} < z \leq z_{pbl} \quad (15)$$

$$\rho(z) = 1 - \left(\frac{z - z_{sl}}{z_{pbl} - z_{sl}} \right)^2 \left(3 - 2 \frac{z - z_{sl}}{z_{pbl} - z_{sl}} \right) \quad (16)$$

Por último, el modelo considera $\vec{v}_0(z) = \vec{v}_g$ si $z > z_{pbl}$ y $\vec{v}_0(z) = 0$ if $z \leq z_0$.

Para la discretización mediante el método de los elementos finitos de la formulación clásica del problema dada en (6),(7) y (8) se ha utilizado una malla de tetraedros (ver [13, 14]) que conduce a un conjunto de matrices elementales, de dimensión 4×4 , y de vectores elementales, de dimensión 4×1 ,

3. Corrección de la componente vertical de la velocidad a lo largo de la trayectoria de la pluma

La idea principal es sumar al campo de viento interpolado, que normalmente sólo considera componentes horizontales de la velocidad del viento, una velocidad vertical a lo largo de la trayectoria de la pluma contaminante originada por una chimenea. Los modelos de pluma gaussiana permiten aproximar la altura efectiva de la chimenea z_H y la distancia horizontal d_f desde la chimenea hasta el punto donde se alcanza z_H , dependiendo de las características de la emisión, el viento y la estabilidad atmosférica. Los gases se elevan desde la salida en la chimenea si su densidad es menor que la del aire (elevación por flotación) o debido a la propia velocidad de emisión (elevación por momento). Para calcular la altura efectiva de la chimenea hemos utilizado las ecuaciones de Briggs (ver por ejemplo [1, 2, 3]). Así, utilizando los valores obtenidos de z_H and d_f para el caso de elevación por flotación (excepto en el caso de condiciones estables y viento en calma) representado en la figura 1, proponemos un ajuste de la componente vertical de la velocidad a lo largo de la trayectoria de la pluma mediante un movimiento linealmente desacelerado.

Por otro lado, el movimiento horizontal desde la chimenea hasta el punto que dista d_f se considera uniformemente acelerado. Por tanto, el tiempo t_f para alcanzar d_f es,

$$t_f = \frac{1}{a_d} \left(-|\vec{v}_0(x_c, y_c, z_c)| + \sqrt{|\vec{v}_0(x_c, y_c, z_c)|^2 + 2a_d d_f} \right) \quad (17)$$

donde a_d es el módulo de la aceleración horizontal (a_{dx}, a_{dy}) en la dirección de la velocidad del viento \vec{v}_0 en el centro de la superficie de emisión (x_c, y_c, z_c) . La trayectoria de la pluma, la componente vertical de la velocidad w_0 y la aceleración vertical a_0 , vienen entonces dadas por las siguientes funciones del parámetro t ,

$$x(t) = x_c + u_0(x_c, y_c, z_c)t + \frac{1}{2}a_{dx}t^2 \quad (18)$$

$$y(t) = y_c + v_0(x_c, y_c, z_c)t + \frac{1}{2}a_{dy}t^2 \quad (19)$$

$$z(t) = z'_c + w_c t + A_1 t^2 + A_2 t^3 \quad (20)$$

$$w_0(t) = w_c + 2A_1 t + 3A_2 t^2 \quad (21)$$

$$a_0(t) = 2A_1 + 6A_2 t \quad (22)$$

donde $A_1 = \frac{-2w_c t_f + 3(z_H - z'_c)}{t_f^2}$, $A_2 = \frac{w_c t_f - 2(z_H - z'_c)}{t_f^3}$, siendo w_c , la velocidad de emisión de los gases y z'_c , la altura corregida de la chimenea considerando la posibilidad de lavado. La componente vertical de la velocidad \vec{v}_0 es corregida en todos los puntos del dominio Ω localizados dentro del cilindro generado por la superficie circular de emisión

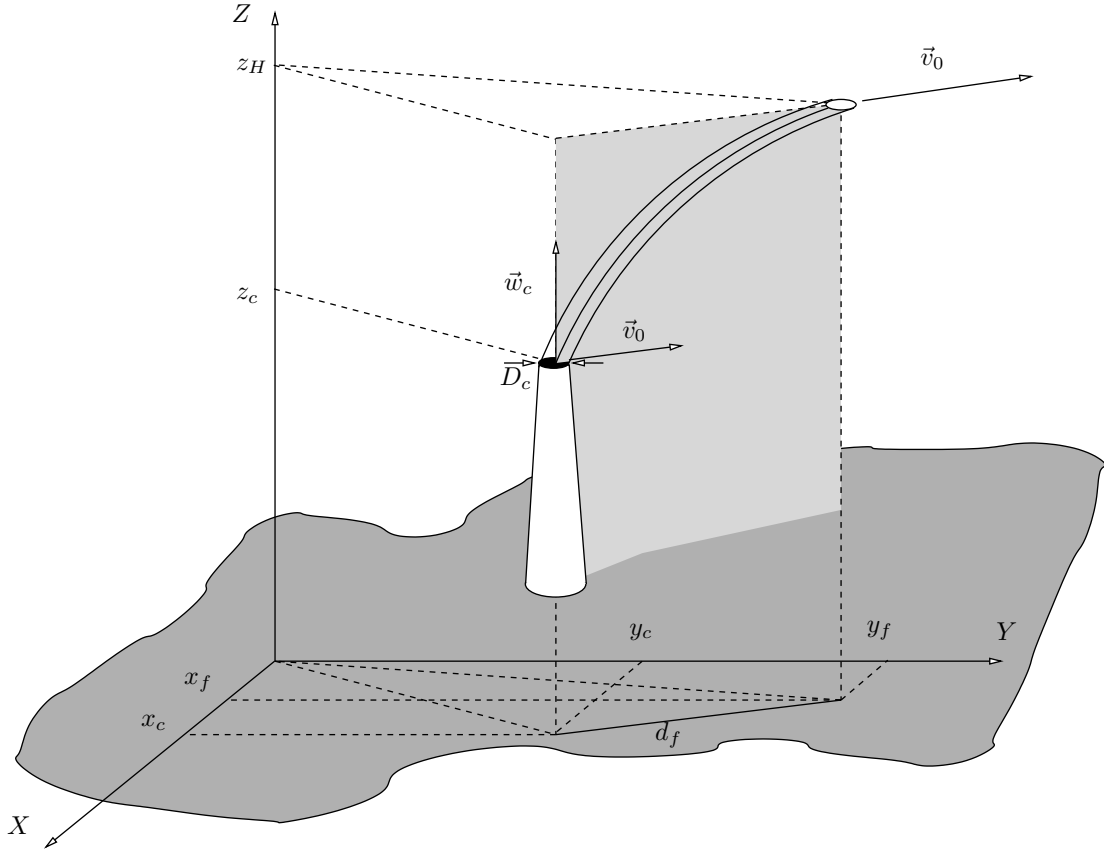


Figura 1: Modelo de la pluma cuando predomina la elevación por flotación (excepto en el caso de atmósfera estable y viento en calma).

de diámetro D_c , que se mueve paralelamente al plano horizontal a lo largo de la curva dada por las ecuaciones (18), (19) y (20) entre $t = 0$ y $t = t_f$. Por tanto, se generan en el cilindro velocidades verticales constantes para cada disco horizontal.

Por otro lado, para el caso de elevación por momento, o por flotación con condiciones estables y viento en calma (ver figura 2), el movimiento horizontal de la pluma hasta alcanzar la altura efectiva es despreciable, esto es, la trayectoria de los gases es casi vertical. En este caso, consideraremos un movimiento vertical uniformemente desacelerado, donde ahora $t_f = \frac{2}{w_c} (z_H - z'_c)$ y $a_0 = \frac{-w_c}{t_f}$. Por tanto, la velocidad vertical en un punto de altitud z es $w_0(z) = w_c \sqrt{1 - \frac{2(z-z'_c)}{w_c t_f}}$. Aquí, la componente vertical de la velocidad es modificada dentro del cilindro recto cuya base es la superficie de emisión de los gases de la chimenea y su altura, $z_H - z'_c$.

4. Experimento Numérico

Para la modelización del transporte de contaminantes en la atmósfera en el entorno de una central térmica test situada en una zona rectangular de $22,8 \times 15,6 \text{ km}$

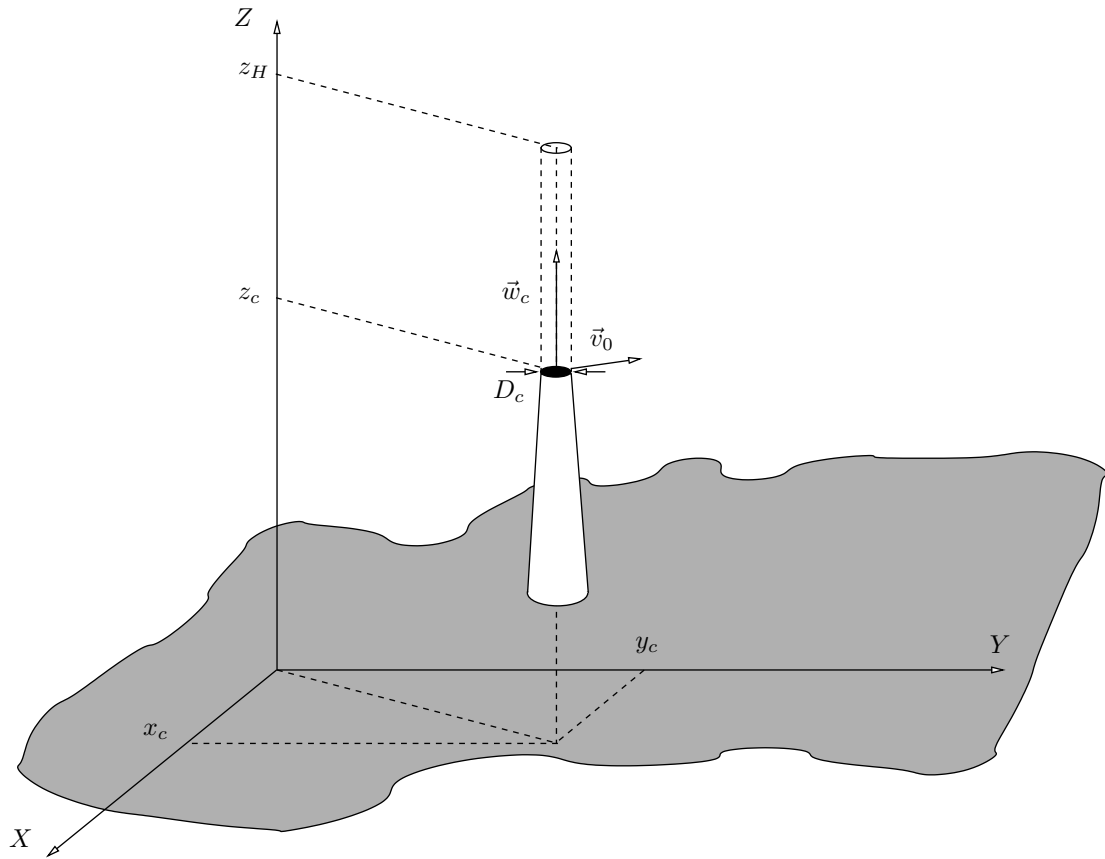


Figura 2: Modelo de la pluma cuando predomina la elevación por momento (o por flotación con atmósfera estable y viento en calma).

de la Isla de La Palma, donde las cotas varían desde 0 a 2279 m , debemos añadir la geometría de la chimenea a los datos topográficos y luego aplicar nuestro generador de mallas tridimensionales. Consideremos una chimenea de 200 m de altura sobre el terreno y de diámetro 20 m en la superficie de salida de los gases y 40 m en su base. Como la malla debe ser capaz de detectar los detalles de la chimenea, si decidimos un tamaño de elemento de alrededor de $2 \times 2 \text{ m}$ en la chimenea, partiendo de una malla 2-D uniforme τ_1 del área rectangular, con un tamaño de elemento de aproximadamente $2 \times 2 \text{ km}$, tendríamos que realizar diez pasos de refinamiento global usando el algoritmo 4-T de Rivara [20]. Sin embargo, con la finalidad de controlar el número total de nodos de la malla, únicamente realizamos cinco pasos de refinamiento global sobre τ_1 y, posteriormente, cinco refinamientos locales de los elementos situados dentro de la zona que define la chimenea. Seguidamente, aplicamos el algoritmo de desrefinamiento desarrollado en [6] y [19] con un parámetro de desrefinamiento $\varepsilon = 40 \text{ m}$, imponiendo que los nodos situados dentro de la chimenea no pueden ser eliminados. Por tanto, la malla adaptativa aproxima la superficie del terreno con un error menor que ε . La distribución de nodos de τ_1 se toma para la frontera superior del dominio. Finalmente, aplicamos seis pasos de refinamiento local en la trayectoria de la pluma sobre la malla

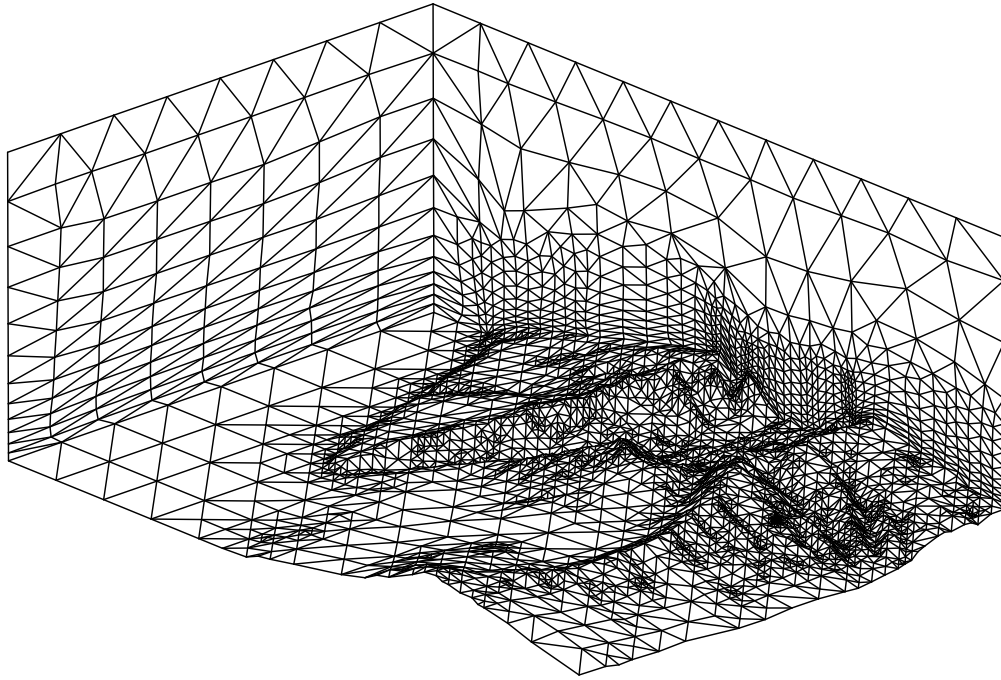


Figura 3: Dominio estudiado en la Isla de La Palma.

3-D, que previamente hemos obtenido con nuestro mallador tridimensional, con el fin de obtener una nueva malla adaptada al campo de velocidades del fluido, conteniendo 31555 nodos y 170784 tetraedros. La figura 3 representa el dominio utilizado en este experimento. Se observa la discretización adaptada a la topografía y la distribución de puntos en la vertical siguiendo una función de espaciado que permite mayor concentración a medida que nos aproximamos al terreno. En la figura 4 se muestra un detalle de la malla donde se puede distinguir la ubicación de la chimenea considerada en este estudio. Finalmente, la figura 5 representa el campo de viento ajustado donde se incluye el efecto de elevación por flotación de la pluma.

5. Conclusiones

Se presentan resultados eficientes en generación automática y adaptativa de mallas tridimensionales para problemas medioambientales. En este sentido, hemos sido capaces de discretizar un dominio muy complejo con una intervención mínima del usuario y a un bajo coste computacional.

La construcción eficiente de la malla, incluyendo la discretización de la fuente emisora, nos permite definir la emisión de contaminantes como una condición de contorno. La corrección propuesta para el campo de velocidades observado permite seguir trabajando con un campo de velocidades ajustado incompresible, pero que ciertamente tiene en cuenta el efecto del transporte de contaminante definido por un modelo de pluma gaussiana. Esta corrección intenta introducir en el modelo el efecto de elevación de los

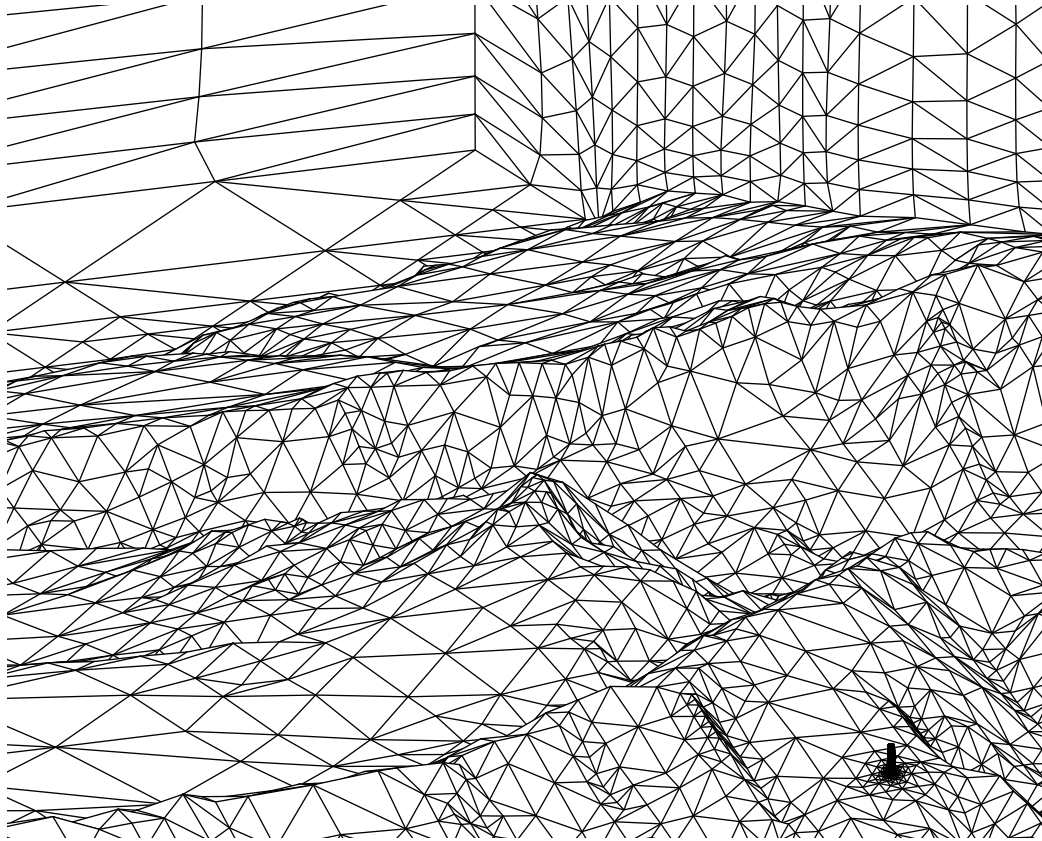


Figura 4: Detalle de la malla tridimensional de la Isla de la Palma con una chimenea cerca de la esquina inferior derecha.

gases calientes debida a la diferencia de densidad con el aire y a la propia velocidad de salida de los mismos.

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo, que forma parte de una investigación realizada conjuntamente con G. Montero, J.M. Escobar, E. Rodríguez y J.M. González-Yuste, ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y FEDER a través del Proyecto REN2001-0925-C03-02/CLI y por el Ministerio de Educación y Ciencia y FEDER a través del Proyecto CGL2004-06171-C03-02/CLI.

Referencias

- [1] R.W. Boubel, D.L. Fox, D.B. Turner, A.C. Stern, *Fundamentals of Air Pollution*, Academic Press, San Diego (1994).
- [2] G.A. Briggs, Discussion: chimney plumes in neutral and stable surrounding, *Atmos. Environ.*, **6**, 507-510 (1972).

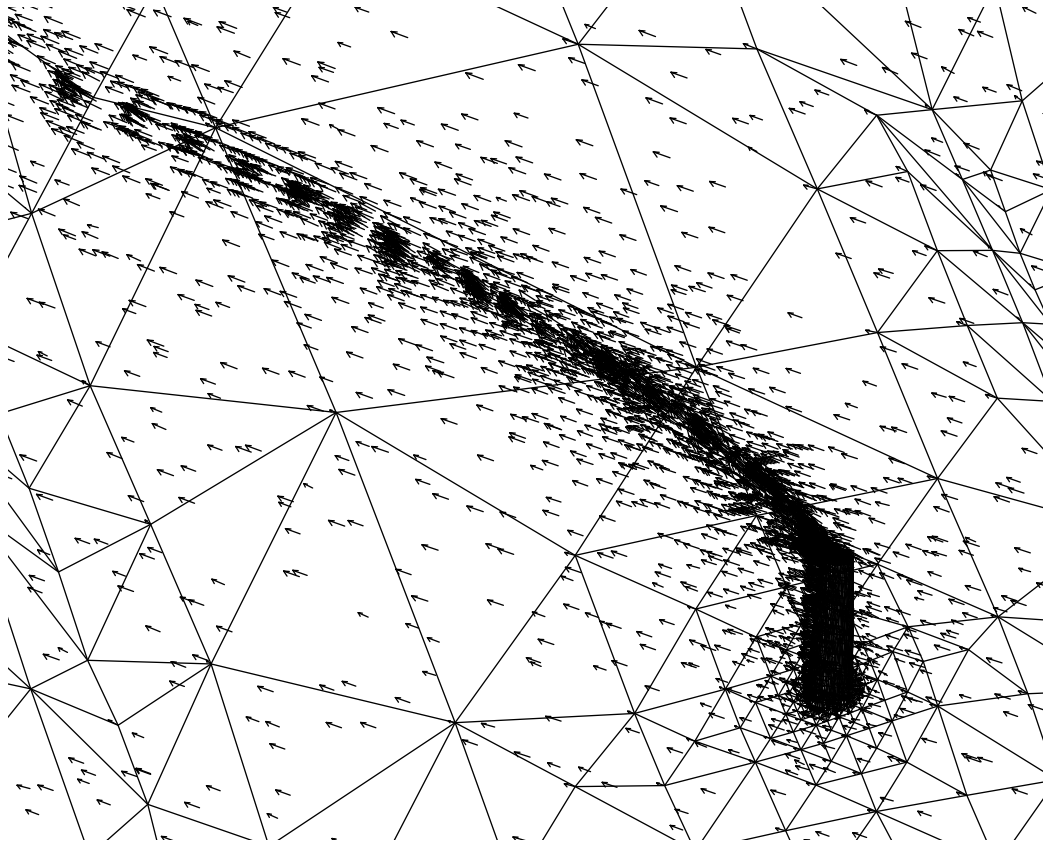


Figura 5: Detalle del campo de velocidades ajustado en el entorno de la chimenea.

- [3] G.A. Briggs, Plume rise predictions, en *Lectures on Air Pollution and Environmental Impact Analysis*, D.A. Haugen, ed., American Meteorological Society, Boston, 59-111 (1975).
- [4] J.M. Escobar, R. Montenegro, Several aspects of three-dimensional Delaunay triangulation, *Adv. Engng. Soft.*, **27**, 1/2, 27-39 (1996).
- [5] J.M. Escobar, E. Rodríguez, R. Montenegro, G. Montero, J.M. González-Yuste, Simultaneous untangling and smoothing of tetrahedral meshes, *J. Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, **192**, 2775-2787 (2003).
- [6] L. Ferragut, R. Montenegro, A. Plaza, Efficient refinement/derefinement algorithm of nested meshes to solve evolution problems, *Comm. Num. Meth. Eng.*, **10**, 403-412 (1994).
- [7] J.M. González-Yuste, R. Montenegro, J.M. Escobar, G. Montero, E. Rodríguez, An object oriented method for tetrahedral mesh refinement, en *Proc. The Third International Conference on Engineering Computational Technology*, Civil-Comp Press, editado en CD-ROM (2002).

- [8] J.M. González-Yuste, R. Montenegro, J.M. Escobar, G. Montero, E. Rodríguez, Local refinement of 3-D triangulations using object-oriented methods, *Adv. Engng. Soft.*, aceptado (2004).
- [9] J.M. González-Yuste, R. Montenegro, J.M. Escobar, G. Montero, E. Rodríguez, Implementation of a refinement/derefinement algorithm for tetrahedral meshes, en *Proc. The Fourth International Conference on Engineering Computational Technology*, Civil-Comp Press, editado en CD-ROM (2004).
- [10] D.P. Lalas, C.F. Ratto, *Modelling of Atmospheric Flow Fields*, World Scientific Publishing, Singapore (1996).
- [11] R. Lohner, J.D. Baum, Adaptive h-refinement on 3D unstructured grids for transient problems, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, **14**, 1407-1419 (1992).
- [12] G.J. McRae, W.R. Goodin, J.H. Seinfeld, Development of a second generation mathematical model for urban air pollution I. Model formulation. *Atm. Env.*, **16** (4), 679-696 (1982).
- [13] R. Montenegro, G. Montero, J.M. Escobar, E. Rodríguez, J.M. González-Yuste, Tetrahedral mesh generation for environmental problems over complex terrains, *Lecture Notes in Computer Science*, **2329**, 335-344 (2002).
- [14] R. Montenegro, G. Montero, J.M. Escobar, E. Rodríguez, Efficient strategies for adaptive 3-D mesh generation over complex orography, *Neural, Parallel & Scientific Computation*, **10**, 1, 57-76 (2002).
- [15] G. Montero, R. Montenegro, J.M. Escobar, A 3-D diagnostic model for wind field adjustment, *J. Wind Engng. & Ind. Aer.*, **74-76**, 249-261 (1998).
- [16] G. Montero, N. Sanín, 3-D Modelling of wind field adjustment using finite differences in a terrain conformal coordinate system, *J. Wind Eng. & Ind. Aer.*, **89**, 471-488 (2001).
- [17] G. Montero, R. Montenegro, J.M. Escobar, E. Rodríguez, J.M. González-Yuste, Velocity field modelling for pollutant plume using 3-D adaptive finite element method, *Lecture Notes in Computer Science*, **3037**, 642-645 (2004).
- [18] G. Montero, E. Rodríguez, R. Montenegro, J.M. Escobar, J.M. González-Yuste, Genetic algorithms for an improved parameter estimation with local refinement of tetrahedral meshes in a wind model, *Adv. Engng. Soft.*, aceptado (2004).
- [19] A. Plaza, R. Montenegro, L. Ferragut, An improved derefinement algorithm of nested meshes, *Adv. Engng. Soft.*, **27**, 1/2, 51-57 (1996).
- [20] M.C. Rivara, A grid generator based on 4-triangles conforming. Mesh-refinement algorithms, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **24**, 1343-1354 (1987).
- [21] P. Zannetti, *Air Pollution Modeling*, Computational Mechanics Publications, Boston (1990).

En Internet

<http://www.iusiani.ulpgc.es>: Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

<http://www-lacan.upc.es/projects/REN2001-0925-C03/index.html>: Proyecto de Investigación REN2001-0925-C03-/CLI, Modelización Numérica de Problemas Medioambientales de Convección-Difusión-Reacción.