

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN

CÁLCULO NUMÉRICO – JUNIO 2000

1.- Obtener la solución numérica del siguiente problema, considerando un paso $h = 0.5$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dt^2} - \left(1 - \frac{t}{5}\right)x = t \quad t \in (1,3) \\ x(1) = 2 \\ x(3) = -1 \end{array} \right.$$

(2 ptos.)

2.- Deducir un esquema en diferencias finitas centrado para aproximar $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ en un nodo de una malla de paso h según el eje x , y de paso k según el eje y , cuyo error de consistencia sea de orden $O(h^2)$. (2 ptos.)

3.- Para resolver un problema parabólico, $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \sigma \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$ siendo $\sigma > 0$, se propone el siguiente esquema:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + r \left[\theta (u_{i+1}^{k+1} - 2u_i^{k+1} + u_{i-1}^{k+1}) + (1 - \theta) (u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k) \right]$$

siendo u_i^k la solución numérica en (x_i, t_k) , $\Delta t = t_{k+1} - t_k$, $h = x_{i+1} - x_i$, $r = \frac{\sigma \Delta t}{h^2}$, $\theta \in [0,1]$. Se pide estudiar la estabilidad del esquema propuesto para los distintos valores de θ . (2 ptos.)

4.- a) ¿Qué es un método predictor-corrector? Ventajas e inconvenientes que presentan. (1 pto.)

b) Indicar diferencias cualitativas entre la interpolación a trozos de tercer grado de Hermite y la spline cúbica. (1 pto.)

5.- Analizar los métodos de relajación para $Ax = b$. (2 ptos.)

TIEMPO ESTIMADO: 3 HORAS Y MEDIA